



Übungen zur Vorlesung Grundlagen von Informatiksystemen
Wintersemester 2022/23

Übungsblatt 5

Abgabe bis Donnerstag, 01. Dezember 2022, 8:30 Uhr

Aufgabe 1 Notation b^c (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass für jeden vollständig geklammerten Boole'schen Ausdruck b und für jede Belegung β gilt:

$$\phi_\beta(b^{\phi_\beta(b)}) = 1$$

Aufgabe 2 Ersetzbarkeitssatz (4 Punkte)

Die Inversion des Ersetzbarkeitssatzes könnte man so formulieren:

Sei b ein beliebiger vollständig geklammerter Boole'scher Ausdruck, der einen Teilausdruck b' enthält. Ersetzt man b' in b durch einen weiteren v.g.B.A. c' , so nennen wir das Resultat c , und es gilt: wenn b und c äquivalent sind, dann sind auch b' und c' äquivalent.

Beweisen Sie diese Behauptung, oder widerlegen Sie sie mit einem Gegenbeispiel.

Aufgabe 3 Disjunktive Normalform (4 Punkte)

Konstruieren Sie einen Boole'schen Ausdruck in Disjunktiver Normalform, der die Schaltfunktion $f : \{0, 1\}^3 \rightarrow \{0, 1\}$ berechnet, welche wie folgt definiert ist:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \left\lfloor \frac{(\langle x_1 x_2 x_3 \rangle_2 - 4)^2}{9} \right\rfloor$$

Tipp: Erinnern Sie sich zunächst daran, was die zwei Klammertypen $\langle \rangle_2$ und $\lfloor \rfloor$ bedeuten.

Aufgabe 4 Resolvent (2+4 Punkte)

1. Gegeben sei folgende Klauselmenge:

$$F = \{ \{X_1, \overline{X_2}, X_3\}, \{X_1, X_2\}, \{X_1, X_4, \overline{X_5}\}, \{\overline{X_3}, X_4, \overline{X_5}\} \}$$

Bestimmen Sie für alle Paare von Klauseln $K_1, K_2 \in F$, für die dies möglich ist, den jeweiligen Resolventen R von K_1, K_2 .

2. Auf einer Party erzählt Ihnen ein Informatikstudent Folgendes:

„Kürzlich hatte ich eine Klauselmenge G und habe dann alle möglichen Resolventen bestimmt, die aus Paaren der in G enthaltenen Klauseln gebildet werden können. Dann dachte ich spaßeshalber: füge doch einfach mal alle diese Resolventen zu G hinzu, dann bekommst du eine neue Menge G' !

Gesagt, getan. Aber als ich dann jedoch die Resolventen von G' bestimmen wollte, wurde ich echt überrascht: sämtliche Resolventen, die ich aus zwei Klauseln von G' bildete, waren selbst bereits in G' enthalten!

Zuerst dachte ich, das wäre nur Zufall gewesen und hätte an der Originalklauselmenge G gelegen. Doch inzwischen glaube ich, das wäre bei jeder anderen Klauselmenge G genauso passiert.“

Hat Ihr Gesprächspartner mit seiner letzten Vermutung Recht? Beweisen Sie, oder widerlegen Sie per Gegenbeispiel.