



Übungen zur Vorlesung Grundlagen von Informatiksystemen
Wintersemester 2022/23

Übungsblatt 2

Abgabe bis Donnerstag, 10. November 2022, 8:30 Uhr

Aufgabe 1 Funktionen (2+2+2 Punkte)

Sei M die Menge aller Mengen. Sei f die Funktion, die ein Paar (A, B) von Mengen auf eine dritte Menge C abbildet, die genau diejenigen Elemente enthält, die entweder in A oder in B vorkommen, nicht aber in beiden.

1. Wie lautet die Menge C für $A = \{2, 4, 8, 16\}$ und $B = \{4, 6, 8, 10\}$?
2. Geben Sie Definitions- und Wertebereich von f an.
3. Definieren Sie f in mathematischer Notation unter Verwendung der Mengenoperationen aus Vorlesung 1.

Aufgabe 2 Funktionen (2+2+2+2+2 Punkte)

Gegeben seien folgende Mengendefinitionen:

- $\mathbb{R}_0^+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$
- $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$

Welche der folgenden Funktionen sind surjektiv, injektiv und/oder bijektiv? Begründen Sie.

1. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_0^+, f(x) = x^2$
2. $g : \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}_0^+, g(x) = x^2$
3. $h : [0, 1] \rightarrow [0, 1], h(x) = x^2$
4. $j : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, j(x) = x^3$
5. $k : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3\}, k = \{(1, 2), (2, 3), (3, 1), (4, 2)\}$

Aufgabe 3 Logarithmen und Potenzen (3 Punkte)

Aus einer Mathematikvorlesung sei bekannt, dass für die Exponentialfunktion \exp gilt:
 $\exp(x + y) = \exp(x) \cdot \exp(y)$ für $x, y \in \mathbb{R}$.

Zeigen Sie, dass dann auch für beliebige reelle Zahlen b, x, y mit $b > 0$ gilt: $b^{x+y} = b^x \cdot b^y$.

Aufgabe 4 Beweistechniken (5 Punkte)

Beweisen Sie oder widerlegen Sie per Gegenbeispiel:

Sind A, B endliche Mengen und ist $f : A \rightarrow B$ eine bijektive Funktion, dann ist $|A| = |B|$.